

混沌振子检测系统构成方法及其响应速度研究

谢涛¹ 曹军威²

(1. 北京工商大学计算机与信息工程学院 北京 100048; 2. 清华大学信息技术研究院 北京 100084)

摘要: 针对混沌振子微弱信号检测系统中初值影响检测系统输出状态的问题, 利用广义胞映射方法对检测系统分岔点附近的全局性态进行分析, 根据所获得的数值分析结果, 给出一种构成无误判性检测系统的方法, 并进一步定义了响应步长作为衡量检测速度的指标, 利用该指标对无误判性检测系统响应微弱信号的速度进行了分析, 所得的结论可为混沌振子检测系统的工程实施提供有效的理论支撑。

关键词: 混沌振子; 微弱信号检测; 构成方法; 响应速度

中图分类号: TN911.23 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.4010

Study on constructive method of chaotic oscillator based detection system and response speed thereof

Xie Tao¹ Gao Junwei²

(1. School of Computer and Information Engineering, Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China;

2. Research Institute of Information Technology, Tsinghua University, Beijing 100044, China)

Abstract: Considering the effect of initial value on the output state of chaotic oscillator based weak signal detection system, the paper has done an in-depth analysis on the global behavior nearby bifurcation point with generalized cell mapping method. According to the simulated numerical analysis results, a method for detection system without false positive rate is proposed. Response step is defined as the index to measure the detection speed, with which the speed of detection system responding weak signal has been analyzed. The conclusion provides support for implementation of chaotic oscillator detection system.

Keywords: chaotic oscillator; weak signal detection; constructive method; response speed

1 引言

混沌振子微弱信号检测方法已经发展成为微弱信号检测技术的一个分支, Duffing 振子方程及其变形方程在混沌态到大尺度周期态(以下简称周期态)的分岔行为具有对小信号敏感和对噪声免疫的特性, 利用这种特性实现微弱信号检测是目前混沌振子微弱信号检测领域的研究热点, 也是工程实施主要采用的检测系统构建方法。学者对该检测系统进行了大量的研究, 其中, Brown 等人首先提出了应用 Duffing 振子的传感机理^[1], Wang 对其进行了改进, 通过微弱周期信号引发的间歇混沌实现了一个频段内微弱信号的检测^[2], 李

月等人的研究则侧重于混沌振子对强噪声中极微弱固定频率信号的检测^[3,4], 其后一段时期众多的研究工作集中于在以上研究工作基础上对检测方法进行改进以获得更好的检测效果^[5-11]。

从目前已发表的研究成果看, 对检测系统构成机理的研究主要集中于参数的敏感特性, 很少有文献对检测系统的初值敏感特性进行研究, 仅仅认为初值敏感特性与参数敏感特性是统一的, 而实际上初值对检测系统的影响重要且与参数敏感特性存在巨大的差异^[12-13]。针对初值敏感特性的研究工作, 笔者在文献[14]中对敏感集的研究较早涉及到了这一问题, 文献[15]进而对检测系统初值的选择进行了详细的研究工作,

而文献[16]中所提出的采用系统逆向相变检测微弱信号的方法提及“系统初值的选取除考虑与参考信号初相对应外,还应尽量使其靠近大周期轨道”,也显示了检测系统初值的选择性,可见初值敏感特性对检测系统的构成具有决定性的影响。此外,目前混沌振子微弱信号检测主要应用于故障诊断等强噪声背景中信号提取,研究工作注重于微弱信号特征是否可以被提取出来,研究如何在更小的信噪比提取信号特征,并不关注检测系统检测的速度^[17-20]。随着混沌振子检测系统更广泛的应用,更多的应用场景需要确切的知道检测系统响应微弱信号的速度,目前尚未见到明确针对响应速度方面的研究文献,而这个问题也可以在检测系统初值敏感特性基础上进行研究。由于 Duffing 方程为非线性方程,对其分析难以获得精确的解析解,该文将根据前期研究工作结论,进一步利用基于数值计算的胞映射方法对混沌振子检测系统全局性态进行分析,得到关于初值敏感性影响的规律,进而获得构成无误判检测系统的方法,可作为混沌振子检测系统构建中参数选取的依据,并在此基础对混沌振子检测系统的检测速度进行研究。

2 混沌振子检测方法

构成混沌振子微弱信号检测系统的 Duffing 方程如式 (1) 所示。

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{\delta}{\omega_0} \frac{dx}{d\tau} + f(x) = \gamma \cos(\omega_0\tau) \quad (1)$$

其中: $\delta > 0$ 为阻尼系数, $\gamma \cos(\omega_0\tau)$ 为周期策动力,作为参考信号, $f(x)$ 为弹性恢复项,目前主要采取两种形式,即 $f(x) = -x + x^3$ 或 $f(x) = -x^3 + x^5$,由于后一种恢复项的 Duffing 方程所构成检测系统具有更加复杂的非线性动力学特性,对微弱信号更加敏感,因此对其进行研究,结果更具有普遍适用性。本文将该型混沌振子检测系统为研究对象,分析混沌振子检测系统的构成方法和响应速度。

令 $x_1 = x$ 、 $x_2 = (1/\omega_0)(dx/d\tau)$, 则式 (1) 加入待检测微弱正弦信号及噪声干扰并写成状态方程形式,如式 (2) 所示。

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{d\tau} = \omega_0 x_2 \\ \frac{dx_2}{d\tau} = \omega_0 (-\delta x_2 - f(x) + \gamma \cos(\omega_0\tau) + Input) \end{cases} \quad (2)$$

其中: $Input = s(\tau) + y(\tau)$ 为外部引入的湮没在噪声中的微弱信号, $s(\tau)$ 表示与检测系统周期策动力同

频同相的小信号, $y(\tau)$ 表示强噪声。

利用混沌振子实现强噪声背景中周期信号有无的检测,采用的方法是将式 (2) 所示检测系统中周期策动力的幅值 γ 置于混沌态到周期态的相变临界点,当加入包含小周期信号的待检测信号时,由于小周期信号的作用,使系统输出状态从混沌态变化到周期态,进而据此判断待检测周期信号的存在。图 1 (a) 显示的是未加入弱周期信号时检测系统输出相轨迹(混沌状态),图 1 (b) 显示的是加入待检测弱周期信号时检测系统输出相轨迹(周期状态),从相图的变化可以清晰的反映出待检测的弱信号是否存在。

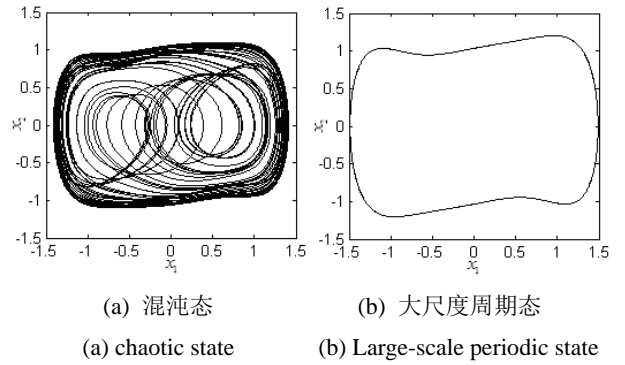


图1 相轨迹图

Fig.1 Phase track diagram

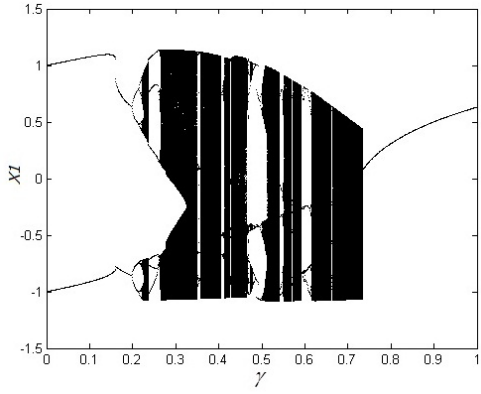
通过相图只可以判断 Duffing 方程在某一参数下的状态,为了进一步了解 Duffing 振子检测系统在微弱信号检测过程中的非线性动力学特性,通过庞加莱映射和分岔图对其进行分析。

取截面 $\Sigma = \{(x_1, x_2, \theta) | \theta = \varphi\}$, 其中 $0 \leq \varphi < 2\pi$ 。进而定义庞加莱截面 $P: \Sigma_\theta \rightarrow \Sigma_\theta$, 令 $X_1 = x_1(nT + \varphi)$, $X_2 = x_2(nT + \varphi)$, 即 X_1, X_2 为所定义庞加莱截面的庞加莱映射。取 $\varphi = 0$, 则庞加莱截面表示为式 (3)。

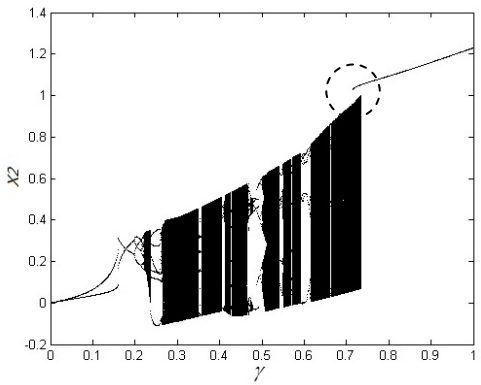
$$\Sigma = \{(x_1, x_2, \theta) | \theta = 0\} \quad (3)$$

利用式 (3) 所定义的庞加莱截面的庞加莱映射获得 Duffing 方程随周期策动力幅值 γ 变化的分岔图, $0 < \gamma \leq 1$ 范围的分岔图如图 2 所示,其中图 2 (a) 是通过 X_1 分量获得的分岔图,图 2 (b) 是通过 X_2 分量获得的分岔图。从图 2 (a) 可以看到在 $\gamma = 0.73$ 附近出现了清晰的相变(混沌态到大尺度周期态),而图 2 (b) 则可以看到在 $\gamma = 0.73$ 附近存在一个混沌态和周期态共存的过程,如图 2 (b) 中右上角虚线圆圈所标示区域所示,所选取的庞加莱截面可以从 X_2 分量上看

到该吸引子共存状态，而 X_1 分量的截取角度掩盖了这一特性。



(a) X_1 分量
(a) Component X_1



(b) X_2 分量
(b) Component X_2

图2 分岔图

Fig.2 Bifurcation diagram

可见，在利用 $f(x) = -x^3 + x^5$ 的 Duffing 方程构成微弱信号检测系统的时候，分岔的临界点处于混沌吸引子与周期吸引子共存的状态，也即从不同的初始值出发的轨迹可能收敛于混沌吸引子或者收敛于周期吸引子，检测系统方程的初值选取对检测系统的性质和状态具有决定性的作用，因此该检测系统的初值分布特性对该检测系统具有重要的影响。

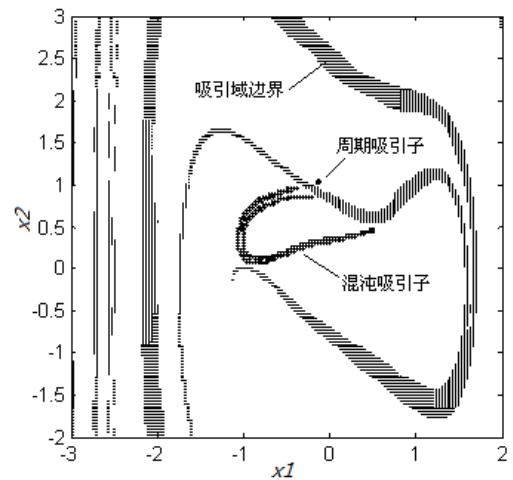
3 混沌振子检测系统的构成方法

3.1 混沌振子检测系统的全局性态分析

全局性态是研究针对任意一个初值，系统在大范围内的长期发展、最终结局、各种运动形态和分界情况等，对于动力学特性丰富的非线性系统通过解析方法获得其全局性态是十分困难的，但可通过计算机获

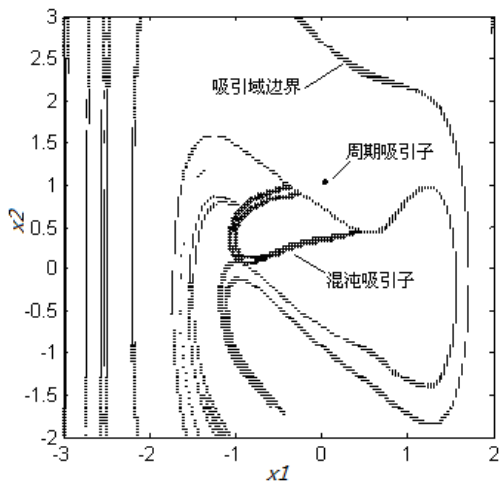
得数值分析结果。胞映射方法是进行非线性动力系统全局分析有力的数值方法，基本思想是将连续状态空间 R^n 离散化为胞状态空间 C^n ，胞映射动力系统方程包含了原动力系统的一切动力学特性^[21-22]。根据广义胞映射算法的思想，此处依然采用式 (3) 所示的庞加莱截面，取截面上 $D = \{-3 \leq X_1 < 2, -2 \leq X_2 < 3\}$ 的区域为所感兴趣的区域，对该区域构造胞映射，区域以内的为正规胞，区域以外的所有胞看作是一个胞称为陷胞，把区域 D 区分为 (150×150) 个胞。图 3 (a) 和图 3 (b) 分别显示了 $\gamma = 0.716$ 和 $\gamma = 0.730$ 时的广义胞映射图，为了图形的清晰，图中仅仅显示了吸引子和吸引域边界。吸引域边界表示了混沌吸引子吸引域和周期吸引子吸引域的分界。

分析过程中，从 $\gamma = 0.7$ 开始，逐渐增加 γ ，以 $\Delta\gamma = 0.001$ 为步进增大周期策动力的幅值，依次获得其广义包映射图，发现 $\gamma < 0.715$ 时检测系统的相空间中只存在混沌吸引子，且所选区域都是混沌吸引子的吸引域，当 $0.715 \leq \gamma \leq 0.733$ 时相空间中共存一个混沌吸引子与一个周期吸引子，而 $\gamma > 0.733$ 时相空间中仅仅存在单一的周期吸引子（即大尺度周期态的吸引子）。图 3 (a) 表示系统刚刚由单一混沌吸引子变化到混沌吸引子与周期吸引子共存的状态，此时混沌吸引子距离吸引域边界较远，而周期吸引子距离吸引域边界较近，图 3 (b) 显示了增大 γ 的值直至系统即将由吸引子共存的状态变化到单一周期吸引子的情况。在 γ 逐渐增大的过程中，混沌吸引子逐渐靠近吸引域边界，而周期吸引子逐渐远离吸引域边界。



(a) $\gamma = 0.716$ 时吸引子和吸引域边界

(a) The attractor and basin boundary with $\gamma = 0.716$



(b) $\gamma = 0.730$ 时吸引子和吸引域边界

(b) The attractor and basin boundary with $\gamma = 0.730$

图3 吸引子、吸引域边界：(*)表示混沌吸引子，(.)表示周期吸引子，(-)表示了吸引域的边界区域

Fig.3 The attractor and basin boundary: for the chaotic attractor (*), for the periodic attractor (.), and for the boundary set (-).

观察图3(a)和图3(b)所示的全局分析结果，可以看到两张图上的混沌吸引子形状和尺寸基本没有变化，这表明在周期策动力幅值 γ 增大的过程中，周期吸引子吸引域在逐渐加大，随之吸引域边界逐渐变薄，直到周期吸引子的吸引域碰撞到混沌吸引子，从而混沌吸引子消失，相空间中只存在周期吸引子。

3.2 混沌振子检测系统的构成方法分析

由3.1中的分析可知，不能抛开初值而研究检测系统的构成，结合图2所示的分岔特性，利用混沌态到周期态的相变原理构成连续的检测系统可以通过两种方法实现，两种方法都是在未加入待检测信号时，检测系统输出稳定于混沌吸引子，在加入待检测信号时，在检测系统自身的周期策动力和待检测信号共同作用下导致系统输出状态由混沌态变化为周期态。

第一种方法将检测系统周期策动力的幅值设置于 $\gamma=\gamma_1$ ， $\gamma=\gamma_1$ 时相空间中两个吸引子共存，且混沌吸引子较靠近周期吸引子吸引域，例如 $\gamma_1=0.73$ ，选取混沌吸引子吸引域中的点作为检测系统初值，在未加入待检测信号时检测系统输出为混沌态，加入待检测信号后，在检测系统周期策动力和同频率待检测信号的共同作用下，混沌吸引子及其吸引域消失，原混沌吸引子所处位置变为周期吸引子的吸引域，从而经过一定的时间后检测系统输出为周期态。采用该方法构成检测系统，混沌吸引子与周期吸引子吸引域的距离越

短则可以响应更加微弱的待检测信号，同样噪声免疫特性也越差。该方法构成检测系统，实现了极微弱周期信号的检测，但是该方法所构成的检测系统比较容易受到噪声的干扰，噪声的作用可以等效于初值的改变，单纯噪声的影响也可能使检测系统输出状态发生变化，导致误判^[14]。

第二种方法是设置检测周期策动力幅值为 $\gamma=\gamma_2$ ， $\gamma=\gamma_2$ 时检测系统相空间只存在混沌吸引子，如 $\gamma_2=0.71$ ，如此噪声的叠加不会导致系统输出状态的变化，而加入待检测的周期信号后周期策动力幅值为 $\gamma=\gamma_3$ ，如 $\gamma_3=0.74$ ，在此状态下系统空间只存在周期吸引子，同样噪声的叠加也不会导致系统输出状态恢复到混沌态，由该检测方法所构成检测系统的检测结果是可靠的、无误判的。

根据以上对两种检测系统构成方法的分析，虽然第二种构成方法使检测系统对待检测信号的分辨力较低，但是仅有第二种方法可以实现可靠的、无误判的检测系统工程实施，因此相比于第一种方法，对第二种检测系统构成方法的机理和检测性能进行深入研究具有更加重要的意义。

4 混沌振子检测系统的响应速度

4.1 响应速度衡量指标定义

在构成基于混沌振子的微弱信号检测系统过程中可采取两种工程实施方式，其中之一是直接由Duffing振子模拟电路构成检测系统，另外一种则是通过AD转换器加数字信号处理器构成基于数据采集的检测系统。无论采取哪一种实施方式，自待检测信号输入时刻起至检测系统输出状态改变的时间都是一项重要的指标，其表征了检测系统对输入信号的响应速度。在检测系统的工程实施中，响应速度应能够满足具体应用场景对结果输出时间的要求，而之前的研究工作主要集中在检测功能的实现，未见针对检测结果输出反应时间的研究。

为了对检测系统的检测速度进行定量和定性分析，尝试定义响应步长来衡量检测系统的响应速度，响应步长定义为在一定的周期策动力信号幅值增量条件下，检测系统输出从混沌态转变到周期态时所需要经历的周期数。也即在 $\gamma=\gamma_0$ 时系统输出为混沌状态， $\gamma=\gamma_0+\Delta\gamma_0$ 变化增量 $\Delta\gamma_0$ 时系统输出为周期态，以 γ 由 $\gamma=\gamma_0$ 变化到 $\gamma=\gamma_0+\Delta\gamma_0$ 时为计时起点，至系统输出为周期态时为计时终点，所计时间 $t=nT$ 为响应时间，其中 T 为周期策动力信号的周期， n 为所经历的周期

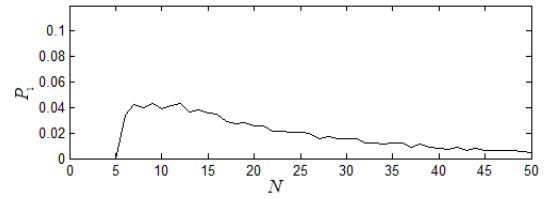
数， n 也即所定义响应步长。

4.2 响应速度仿真分析

待检测的微弱信号加入到检测系统时，检测系统输出轨迹相当于，在幅值为 $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma_0$ 的周期策动力作用下，以未加入微弱信号时系统状态为初值的轨迹，因此，可以在 $\gamma = \gamma_0$ 时取混沌吸引子中的任意轨迹，考察其在 $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma_0$ 时的响应步长，进而获得关于响应速度的结论。由于混沌轨迹的内随机性，在待检测信号加入时刻混沌轨迹在混沌吸引子中的位置是不确定的，需要对全部轨迹进行分析，这一点决定了只能在统计意义上获得关于响应速度的结果。上述两种混沌振子检测系统的实施方法都无法控制其轨迹位置，因此无法通过实际检测系统对响应步长进行分析，该文采用 Matlab 数值仿真的手段，选取混沌吸引子中的多条轨迹研究其在微弱信号作用下的变化，获得响应步长统计意义上的结果。

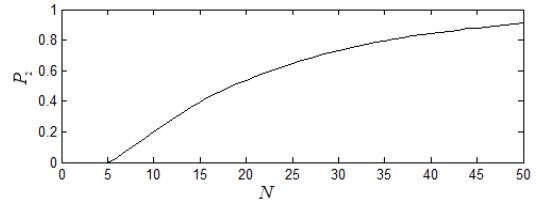
庞加莱截面体现了系统全部的动力学特性，式 (3) 所示定义的庞加莱截面上的轨迹点显示了混沌吸引子的一个截面，可以看作是 $\theta = 0$ 时的初值。由于混沌轨迹在混沌吸引子中的遍历性，因此可以在庞加莱截面上取一定数量的轨迹点作为检测系统初值，分别考察这些初值在周期策动力幅值增大过程中的变化轨迹，以获得关于检测系统响应速度的规律。具体实施则是通过统计某一初值出发的轨迹在到达周期吸引子过程中穿越该庞加莱截面的次数，所得穿越的次数就该初值位置在一定幅值周期小信号作用下的响应步长。

设 $\gamma = 0.71$ ，此时系统输出处于稳定的混沌态，选取混沌吸引子轨迹在所定义庞加莱截面上连续 10^4 个轨迹点，存储于集合 Φ 中。将周期策动力的幅值增大为 $\gamma = 0.74$ ，分别以集合 Φ 中的点作为初值，计算从这些初值出发，直到收敛于周期吸引子所经过的周期数，得到响应步长 n ，统计计算集合 Φ 中的所有 10^4 个初值所获得的响应步长，并进行概率化处理，获得响应步长小于等于某一整数 N 的概率值 $P_1 = P(n \leq N)$ ，如图 4 (a) 所示，图中横轴表示响应步长，纵坐标表示 P_1 概率值。从图 4 (a) 中可以看出，该条件下，检测系统中最小的响应步长值为 6，即在 $\Delta\gamma = 0.03$ 作用下，至少需要 6 个周期系统输出状态才可能从混沌态变化到周期态。进一步对图 4 (a) 中的数据进行处理，获得响应步长小于等于某一整数 N 的概率值 $P_2 = P(n \leq N)$ ，即在 $\Delta\gamma = 0.03$ 作用下混沌吸引子轨迹在 N 步内到达周期吸引子的概率。



(a) P_1 曲线

(a) Curve of P_1



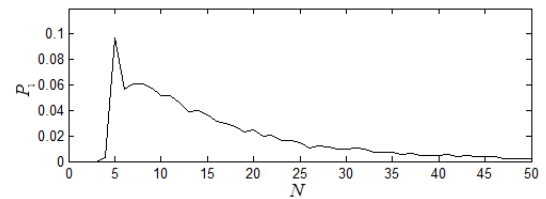
(b) P_2 曲线

(b) Curve of P_2

图4 $\Delta\gamma = 0.03$ 时响应步长的概率分布

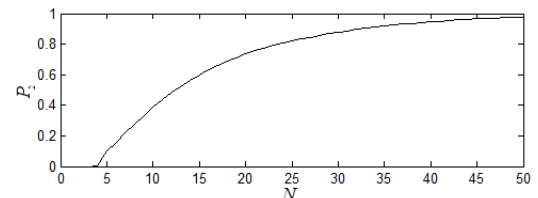
Fig.4 Probability distribution of Response step with $\Delta\gamma = 0.03$

采取相同的方法，进一步加大周期策动力的幅值，取 $\gamma = 0.75$ ，数值仿真结果如图 5 所示，图中数据表示含义与图 4 相同。图 5 (a) 所示结果显示，在 $\Delta\gamma = 0.04$ 作用下，响应步长的最小值为 5，表示至少需要 5 个周期检测系统输出状态才可能从混沌态变化到周期态。同理也可以获得概率值 $P_2 = P(n \leq N)$ ，如图 5 (b) 所示。较之于图 4 曲线所示，图 5 中的曲线有了明显的变化，显示有更多的初值出发的轨迹以更小的响应步长到达周期吸引子。



(a) P_1 曲线

(a) Curve of P_1



(b) P_2 曲线

(b) Curve of P_2

图5 $\Delta\gamma = 0.04$ 时响应步长的概率分布

Fig.5 Probability distribution of Response step with $\Delta\gamma = 0.04$

进一步取 $\gamma = 0.76$ ，数值仿真结果如图 6 所示，图

中数据表示含义与图 4、图 5 相同。图 6 (a) 显示, 在 $\Delta\gamma=0.05$ 作用下, 响应步长的最小值为 4, 表示至少需要 4 个周期系统输出状态才能从混沌态变化到周期态。同理可以获得概率值 P_2 , 如图 6 (b) 所示。较之于图 5 曲线所示, 图 6 中的曲线也显示有更多的初值出发的轨迹以更快的速度达到了周期吸引子。

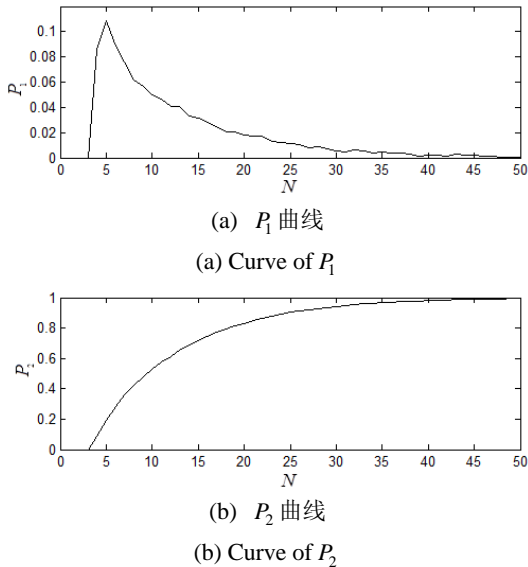


图6 $\Delta\gamma=0.05$ 时响应步长的概率分布

Fig.6 Probability distribution of Response step with $\Delta\gamma=0.05$

对比图 4、图 5 和图 6 所显示的数值分析结果, 随着 $\Delta\gamma$ 的增加, 响应步长的最小值变小, 这表示待检测信号的幅值越大, 会在更短的时间内实现检测结果输出。图 4 (a)、图 5 (a) 和图 6 (a) 的依次变化显示随着 $\Delta\gamma$ 的增加, 获得更小响应步长的初值点的数量增多, 这一点在图 4 (b)、图 5 (b) 和图 6 (b) 所示的结果中得到了更加清晰的体现。图 4 (b) 显示 $\Delta\gamma = 0.03$ 条件下只有 90% 所选初值在 50 步内到达了周期吸引子, 图 5 (b) 显示 $\Delta\gamma = 0.05$ 条件下全部所选初值在 50 步内到达了周期吸引子, 而图 6 (b) 显示, $\Delta\gamma = 0.05$ 条件下全部所选初值在 45 步内到达了周期吸引子。

总结本节的分析可知, 在统计意义上, 混沌振子检测系统实现微弱信号检测的过程中, 待检测信号的幅值越大, 则可以获得更快的响应速度, 如果检测过程中对待检测信号的幅值具有一定的先验知识, 则可以根据所得响应步长的概率分布得出检测系统响应微弱信号输出的最短时间和最长时间范围, 保障检测系统的可靠实施。

5 结论

本文对混沌振子检测系统的动力学特性进行了研究, 发现一类常用混沌振子检测系统的相平面存在混沌吸引子和周期吸引子共存特性。连续的全局性态分析结果显示, 在检测系统分岔点附近, 当 $\gamma < 0.715$ 时, 检测系统的相空间中只存在混沌吸引子; 当 $0.715 \leq \gamma \leq 0.733$ 时, 检测系统的相空间中共存一个混沌吸引子与一个周期吸引子; 当 $\gamma > 0.733$ 时, 检测系统的相空间中仅存在周期吸引子。根据所得全局性态分析结果, 提出了可靠的、无误判性的检测系统实现方法。在上述结论基础上, 定义了响应步长作为衡量指标对检测系统响应微弱信号的速度进行了分析, 结果显示, 待检测信号幅值越大, 越可以得到统计意义上的快速检测, 在具备微弱信号幅值的先验知识条件下, 可以预先设置检测系统响应时间的范围, 可以在在时间段上确保检测系统输出的可靠判断。

参考文献

- [1] Brown R, Chua L, Popp B. Is sensitive dependence on initial conditions nature's sensory device?[J]. Int.J. Bifurc. Chaos, 1992, 2(1):193-199.
- [2] Wang Guanyu, Chen Dajun, Lin Jianya, et al. The application of chaotic oscillators to weak signal detection. IEEE Trans on industrial electronics[J]. 1999, 46(2): 440-444.
- [3] 李月, 杨宝俊, 石要武, 等. 纳伏级正弦信号的混沌检测方法研究[J]. 通信学报, 2003, 24(4):25-30.
Li Yue, Yang Bao-jun, Shi Yao-wu, et al. Study on chaotic detection method of nV-level sine signal[J]. Journal of china institute of communications, 2003, 24(4):25-30.
- [4] 李月, 路鹏, 杨宝俊, 等. 用一类特定的双耦合Duffing振子系统检测强噪声背景中的周期信号[J]. 物理学报, 2006, 55(4):1672-1677.
Li Yue, Lu Peng, Yang Bao-Jun, et al. Applying a special kind of two coupled Duffing oscillator system to detect periodic signals under the background of strong colored noise[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(4): 1672-1677.
- [5] 谢涛, 魏学业, 王钰. 基于混沌振子周期区域的微弱信号检测方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2009, 23(6):47-51.
Xie Tao, Wei Xueye, Wang Yu. Method of weak signal detecting based on periodic region of chaotic oscillator[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2009, 23(6):47-51.

-
- [6] 吴勇峰, 张世平, 孙金玮. 用相位差判别Duffing振子相变的新方法[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(1):161-165.
Wu Yongfeng, Zhang Shiping, Sun Jinwei. New method of phase transition identification of Duffing oscillator using phase difference[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(1):161-165.
- [7] 赖志慧, 冷永刚, 孙建桥, 等. 基于Duffing振子的变尺度微弱特征信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2012, 61(5):050503.
Lai Zhihui, Leng Yonggang, Sun Jianqiao, et al. Weak characteristic signal detection based on scale transformation of Duffing oscillator[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(5): 050503.
- [8] 高仕龙, 钟苏川, 韦鹏, 等. 基于混沌和随机共振的微弱信号检测[J]. 物理学报, 2012, 61(18):180501.
Gao Shilong, Zhong Suchuan, Wei Kun, et al. Weak signal detection based on chaos and stochastic resonance[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(18): 180501.
- [9] 芮国胜, 张洋, 苗俊, 等. 联合增益递推的Duffing系统弱信号检测算法 [J]. 电子学报, 2013, 40(6):1269-1273.
Rui Guosheng, Zhang Yang, Miao Jun, et al. A weak signal detection method by duffing system with the gain [J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 40(6):1269-1273.
- [10] 韩建群. 一种减小Duffing系统可检测断续正弦信号频率范围的方法[J]. 电子学报, 2013, 41(4):733-738.
Han Jianqun. A method of narrowing frequency range of intermittent sine signal detected by duffing system[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(4):733-738.
- [11] 孙文军, 芮国胜, 张嵩, 等. 基于TEO的Duffing混沌振子相变瞬时频率判别研究[J]. 电子测量技术, 2012, 35(1):42-64.
Sun Wenjun, Rui Guosheng, Zhang Song, et al. Research on chaotic phase instantaneous frequency identification of Duffing oscillator based on TEO[J]. Electronic measurement technology, 2012, 35(1):42-64.
- [12] John A, Ioannis A. On the influence of noise on the coexistence of chaotic attractor[J]. Chaos Soliton & Fractals, 2000, 11:941-946.
- [13] Gan C B. Noise-induced chaos and basin erosion in softening Duffing oscillator[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2005, 25:1069-1081.
- [14] 谢涛, 魏学业. 混沌振子在微弱信号检测中的可靠性研究[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(6):1265-1269.
Xie Tao, Wei Xueye. Study on reliability of chaotic oscillator in weak signal detection[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(6): 1265-1269.
- [15] 陈新国, 王洁芸. 混沌振子在不同初值下检测弱信号的性能分析[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(12):2857-2862.
Chen Xinguo, Wang Jieyun. Performance analysis of weak signal detection based on chaotic oscillator under different initial condition[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(12): 2857-2862.
- [16] 刘海波, 吴德伟, 戴传金, 等. 基于Duffing振子的弱正弦信号检测方法研究[J]. 电子学报, 2013, 41(1):8-12.
Liu Haibo, Wu Dewei, Dai Chuanjin, et al. A new weak sinusoidal signal detection method based on duffing oscillators[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1):8-12.
- [17] 王娜, 郑德忠, 张淑清. 基于混沌振子的低信噪比语音端点检测新方法[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(7):1432-1435.
Wang Na, Zheng Dezhong, Zhang Shuqing. New method for speed endpoint detection under low SNR based on chaotic oscillator[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(7):1432-1435.
- [18] Zhen Zhao, Wang Fuli, Jia Mingxing, et al. Intermittent chaos and cepstrum analysis based early fault detection on shuttle valve of hydraulic tube tester[J]. IEEE Transaction on Industrial Electronics, 2009, 56(7):2764-2770.
- [19] 孙自强, 陈长征, 谷艳玲, 等. 基于混沌和取样积分技术的大型风电增速箱早期故障诊断[J]. 振动与冲击, 2013, 32(9):113-117.
Sun Ziqiang, Chen Changzheng, Gu Yanling, et al. Incipient fault diagnosis of large scale wind turbine gearbox based on chaos theory and sampling integral technology[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(9):113-117.
- [20] 许雪梅, 戴鹏, 杨兵初, 等. 光声池中微弱光声信号检测[J]. 物理学报, 2013, 62(20):204303.
Xu Xuemei, Dai Peng, Yang Bingchu, et al. Weak photoacoustic signal detection in photoacoustic cell[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(20):204303.
- [21] Hus C S. A theory of cell-to-cell mapping dynamical system[J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47:931-939.
- [22] Hus C S. Global analysis by cell mapping[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1992, 2(4):727-771.